#### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Постановка задачи предполагает наличие ограничений на время функционирования конвейеризированной системы, обрабатывающей разные типы данных, то есть существует некоторое количество интервалов фиксированной длительности, в течение которых производится конвейеризированная обработка поступающих в систему данных. Тогда введём следующие обозначения: через Z обозначим количество интервалов обработки (тогда номер интервала ), при этом длительность интервала обозначим через .

В конвейеризированной системе, которая состоит из L сегментов, реализуется обработка n типов данных n типами программ. Для повышения эффективности использования ресурсов системы рекомендуется обрабатывать данные партиями [2, 3]. В этом случае «партия» - это совокупность наборов данных одного (i-того, ) типа, которые обрабатываются в программе непосредственно друг за другом.

Обработка данных в системе происходит в течение Z интервалов, длительность которых , поэтому возникает необходимость формирования комплектов – совокупности партий, обрабатываемых в течение одного интервала функционирования конвейеризированной системы.

Так как интервалы обработки данных строго ограничены, то проблема эффективного использования ресурсов системы ставится наиболее остро. Тогда задача составления расписаний для повышения эффективности использования ресурсов системы заключается в определении порядка обработки партий данных для ускорения выпуска комплектов. При этом необходимо учесть, что целью работы системы является формирование максимально возможного количества комплектов разных типов.

Входными данными для системы построения расписаний групповой обработки данных разных типов при наличии ограничений на длительность и количество интервалов обработки являются:

- количество типов данных (n);

- количество элементов в множестве данных каждого типа (, );

- количество (Z) и длительность () интервалов функционирования системы;

- количество сегментов системы (L);

- матрица состава комплектов (W);

- длительность обработки данных i-того типа l-ым сегментом системы (фрагментом i-той программы);

- интервалы времени переналадки приборов с обработки данных одного типа на обработку данных другого типа.

В процессе функционирования системы необходимо определить приближенно эффективное (с точки зрения вводимых в рассмотрение критериев) количество и составы партий данных, эффективный (с точки зрения обработки максимально возможного количества данных разных типов) состав групп партий данных, а так же эффективное (с точки зрения минимального времени выполения всей группы) расписание обработки партий данных разных типов в группе. Данная задача является сложной, поэтому требуется вертикальная декомпозиция целей, в результате которой задача будет разбита на подзадачи.

В данной работе рассматриваются только два аспекта работы системы: формирование партий и формирование комплектов. Необходимо разработать метод получения оптимального количества и состава партий данных каждого типа и метод расчета количества получившихся комплектов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- проанализировать существующие методы построения расписаний обработки партий данных разных типов;

- сформулировать подход к построению расписаний обработки партий при наличии ограничений на директивные сроки выпуска комплектов;

- выбрать математический аппарат;

- построить математическую модель системы;

- разработать метод формирования эффективного количества и состава партий каждого типа данных, обрабатываемых в системе;

- разработать эффективный метод формирования составов комплектов;

- исследовать разработанные методы и сделать выводы об эффективности разработанных алгоритмов и областях возможного применения системы в целом.

Развитие современных методов построения расписаний обработки партий представлено в работах [2-11]. В [2] выполнена классификация задач управления обработкой партий (построения расписаний обработки партий). Задачи различаются по виду процесса обработки (непрерывный либо дискретный), способам представления времени моделирования (непрерывное либо дискретное), способам формирования партий и т.д. Управление обработкой партий предполагает построение расписаний для фиксированного их состава, определение количества и размера партий до реализации процедуры построения расписаний (алгоритм определения составов партий никак не связан с характеристиками оборудования и процессом обработки, составы партий определяются без связи с построением расписаний), определение размеров партий совместно с решением задачи построения расписаний их обработки. Методы, рассмотренные в [2], предполагают формирование партий и распределение их по обрабатывающим приборам при дискретном времени моделирования для непрерывного производства. При этом использован аппарат частично целочисленного линейного программирования (ЧЦЛП). Большая размерность модели (наличие более тридцати ограничений), использование методов ЧЦЛП, задание ограниченного количества обрабатывающих приборов (ограниченного количества ресурсов) делают затруднительным определение решения для задач большой размерности за ограниченное время. Методы управления обработкой партий, рассматриваемые в [3], предполагают наличие фиксированных партий данных и их обработку на ограниченном количестве приборов (задача определения оптимальных составов партий в этой работе не рассматривается). В работах [4,5] рассматривается задача управления обработкой партий в непрерывном (химическом) производстве. Под партиями в этом случае подразумевается объемы материалов, участвующих в процессе производства (объемы партий определяются способом производства требуемого вида продукта, количеством конечного продукта, определяемым спросом). Таким образом, в [4,5] реализуется распределение обработки партий материалов различных видов (размер партий не оптимизируется), обеспечивающих выпуск продуктов разных типов, по параллельно действующим машинам. При этом рассматриваются задачи ограниченной размерности (2 продукта, 2-3 прибора в обрабатывающей конвейерной системе). В работе [6] рассматривается решение задачи среднесрочного планирования выпуска продукции при ограниченном количестве ресурсов и последующего составления расписаний обработки сформированных при планировании партий. При этом под партией подразумевается совокупность изделий одного типа, выпуск которых закрепляется за определенным предприятием или производственным участком. Размеры партий определяются в соответствии с заказами на производство и директивными сроками их выпуска. Модель оптимизации составов партий учитывает только стоимостные параметры выпуска продукции, но не учитывает временные характеристики и особенности технологических процессов. На основе полученного решения по распределению заказов по производственным участкам решается задача выделения для них ресурсов с целью обработки. Совместно задача определения составов партий и управления выпуском (формирования расписаний обработки партий) в работе не решается. В [6] использованы модель большой размерности и аппарат ЧЦЛП, что ограничивает размерность решаемой задачи. В работе [7] решается задача определения количества и составов партий единичных (разнотипных) требований, обрабатываемых на одном приборе, с заданными директивными сроками обработки и стоимостью доставки партий. Составы партий разнотипных требований формируются с учетом директивных сроков. Задача предполагает наличие одного обрабатывающего прибора, для которого отсутствуют простои при обработке партий. Формирование партий предполагает и одновременное автоматическое построение расписания их обработки. В результате решается задача определения составов партий на основе заданных директивных сроков окончания обработки входящих в них требований. Аналогичная задача формирования партий требований в соответствии с их директивными сроками завершения, обрабатываемых на параллельных машинах, рассматривается в [8]. Объединение требований в партии реализуется с использованием эвристической процедуры в соответствии со значениями параметров начала обработки и директивными сроками окончания обработки. Т.к. обработка двух партий на одной машине (приборе) не может пересекаться, тогда сроки начала и окончания обработки партий используются для их распределения по параллельным машинам (расписание вытекает из сформированных составов партий). В работе [9] решается задача планирования производства полупроводников, предполагающая совместное формирование составов партий обрабатываемых пластин разных типов и расписаний обработки партий в конвейерной системе с параллельно действующими машинами. При определении локально оптимальных решений по составам партий и расписаниям их обработки используется один обобщенный критерий. Особенностью аппарата формирования составов партий является использование метода отжига. Реализуется поиск в окрестностях текущего локально эффективного решения. Для формирования новых решений, входящих в окрестности, введены эвристические правила, оперирующие со случайно выбираемыми партиями, изменяющие как составы партий, так и расписания их обработки (изменение позиции партии, изменение обрабатывающего прибора для выполнения операции, создание новых партий). На основе сформированного совместного решения по составам партий и расписаниям их обработки выполняется оценка эффективности расписания с использованием дизъюнктивного графа. Предложенный в [9] подход позволяет реализовывать стохастический поиск локально оптимальных решений. Планированию производственного процесса посвящена работа [10], в которой решается задача распределения заказов на производство продукции по сменным заданиям, распределения заданий по партиям и формирование расписаний обработки партий. Для определения составов сменных заданий используется эвристическая процедура, для определения составов партий разработана имитационная процедура, позволяющая моделировать прохождение партиями конвейерной системы. Определение эффективных составов партий предполагает задание параметров имитационной модели, соответствующих размерам партий изделий каждого типа, и проведения моделирования. В соответствии с результатами моделирования выбираются значения параметров размеров партий, обеспечивающие минимальное значение критерия. После того как с использованием моделирования определены оптимальные размеры партий, выполняется формирование расписаний их обработки. В [11] реализуется решение задачи определения составов партий компонент, из которых выполняется формирование элементов (аналог формирования комплектов из обработанных в системе изделий). Для формирования партий и расписаний их обработки введена оптимизационная модель, являющаяся многопараметрической и многоиндексной. Определение решений по количеству и составам партий осуществляется путем полного перебора возможных значений этих параметров. Расписание для полученного решения формируется посредством использования эвристической процедуры. При большой размерности задачи (значительное число типов компонент и количество компонент каждого типа) прямой перебор при формировании партий не обеспечивает решение поставленной задачи за ограниченное время. В итоге решение задачи определения составов партий и построения расписаний их обработки реализуется путем привлечения: 1) аппарата ЧЦЛП (однако при большой размерности задачи получение решения за ограниченное время является затруднительным, решения по составам партий формируются без учета расписаний их обработки); 2) методов формирования партий с учетом директивных сроков окончания обработки входящих в них требований; 3) эвристических процедур и правил (однако, применение правил не позволяет получить решения, приближающиеся к оптимальным). Т.е. эффективные составы партий определяются с привлечением аппарата ЧЦЛП, что делает затруднительным решение задач большой размерности. Либо составы партий определяются, исходя из директивных сроков окончания обработки данных, что не предполагает оптимизацию. Либо составы партий определяются на основе эвристических правил, что также затрудняет получение эффективных решений. В соответствии с этим разработка моделей и методов определения локально оптимальных составов партий и расписаний их обработки является актуальной задачей.

Целью работы является совершенствование методов локальной оптимизации решений по составам партий данных, обрабатываемых в конвейерной системе, и решений по порядкам обработки этих партий на сегментах в конвейерной системе (расписанию обработки партий). Достижение цели обеспечивается декомпозицией обобщенной функции (цели) системы на совокупность иерархически упорядоченных подфункций (подцелей), каждая из которых реализуется на определенном уровне иерархии системы. В результате выполненной декомпозиции обобщенной функции системы в рассмотрение введена двухуровневая модель иерархической игры определения локально оптимальных решений по составам партий и расписаниям их обработки. На основании предложенного иерархического подхода достижение сформулированной цели обеспечивается решением следующих задач: а) обоснования математической модели вычислительного процесса обработки партий данных в конвейерной системе; б) обоснования вида критериев оптимизации в модели иерархической игры, используемой для определения эффективных решений по составам партий данных и расписаниям их обработки; в) обоснование метода локальной оптимизации решений по составам партий данных; г) обоснование метода локальной оптимизации решений по расписаниям обработки партий.

В рассматриваемой работе реализуется решение задачи обоснования математической модели вычислительного процесса обработки партий данных в конвейерной системе при формировании комплектов из результатов обработки и задании директивных сроков формирования комплектов каждого типа, а также задачи обоснования вида критериев оптимизации в модели иерархической игры, используемой для определения эффективных решений по составам партий данных и расписаниям их обработки.

Задача, близкая к рассматриваемой в данной работе, решалась в [12]. Особенностью постановки задачи, решаемой в [12], является наличие временных ограничений на длительности интервалов времени обработки партий данных, т.е. задание временных интервалов, в течение которых выполняется обработка партий. Из данных, обработанных в течение этих интервалов времени, формируются комплекты установленного состава. Для решения этой задачи в [12] выполнено обоснования метода формирования комплектов из результатов обработки данных, полученных по истечении каждого установленного интервала времени функционирования системы. При этом оценка эффективности решений по составам партий выполняется с точки зрения количества комплектов, сформированных из результатов обработки данных, полученных по истечении заданных временных интервалов.

Декомпозиция обобщенной функции системы управления вычислительным процессом обработки партий при задании ограничений на интервалы времени реализации операций с данными и условии формирования комплектов, выполненная в [12], позволила определить три уровня иерархии принятия решений в системе. На первом уровне осуществляется формирование решений по составам партий данных, на втором – формирование решений по составам групп партии, обрабатываемых в течение временных интервалов заданной длительности, на третьем уровне– формирование решений по расписаниям обработки партий данных в конвейерных системах. Для каждого уровня определены формы критериев эффективности принятия решений и методы формирования соответствующих решений.

Рассматриваемая в предлагаемой работе задача также предполагает определение решений по составам партий данных и порядкам их обработки в конвейерной системе (расписаниям обработки партий в конвейерной системе) при условии формирования комплектов из результатов. Однако ее особенностью является задание директивных сроков формирования комплектов каждого типа. Т.е. постановка задачи предполагает задание количества комплектов каждого типа, которые должны быть сформированы из результатов обработки данных, и задание директивных сроков формирования каждого комплекта определенного типа (моментов времени, к наступлению которых каждый комплект определенного типа должен быть сформирован). В соответствии с этим определение количества сформированных комплектов реализуется не с учетом результатов обработки, полученным к моментам времени окончания заданных интервалов времени (как в работе [12]), а с учетом результатов, формируемых по мере обработки данных (в течение всего времени обработки партий). При этом моменты времени окончания формирования каждого комплекта определенного типа должны соответствовать директивным сроком, для них заданных.

Конвейеризация программ обработки данных предполагает, что за каждым сегментов конвейера закреплены для выполнения определенные их части [1]. Введем в рассмотрение следующие обозначения: *i –* идентификатор типа данных, обрабатываемых в системе, *n –* количество типов обрабатываемых данных (),  – количество данных *i-*го типа, которые должны быть обработаны. Данные *i-*го типа обрабатываются соответствующей им программой, тогда *i* – идентификатор программы, выполняемой в составе конвейера, обрабатывающей данные *i-*го типа. Однократное выполнение конвейеризированной программы *i-*го типа обеспечивает обработку одного элемента данных *i-*го типа. Если значение  (), тогда обрабатывающая программа должна быть выполнена в конвейерной системе  раз. Производительность всех сегментов конвейера является одинаковой, объемы вычислений, выполняемые в соответствии с программным кодом, реализующим обработку данных *i-*ых типов () на каждом сегменте, различны. Тогда функционирование каждого сегмента конвейера при обработке данных характеризуется длительностями выполнения им операций с данными каждого *i-*го типа. Т.к. являются различными длительности выполнения программ на соответствующих сегментах, тогда может быть сформировано расписание обработки данных, представляющее собой порядок запуска программ на выполнение. В результате управление вычислительным процессом в конвейерных системах предполагает определение порядка запуска программ обработки данных на выполнение.

Постановка задачи предполагает задание значений  (). Однотипные данные могут быть объединены для обработки в партии. Партия–это совокупность данных одного типа, которые обрабатываются без переналадки (перенастройки) конвейера. Переналадка (перенастройка) сегмента конвейера представляет собой завершение активного состояния программы, выполнявшей обработку данных, и активизацию программы, которая будет реализовывать обработку данных в соответствии с сформированным расписанием. Характеристиками партии являются: тип *i* и количество данных в ней. Партия является фиксированной, если в нее входят все данные *i-*го типа. Если партия содержит не все  данных, в системе обрабатывается ни одна, а несколько партий данных этого типа.

Особенностью постановки задачи является требование формирования комплектов разных типов из результатов обработки (составы комплектов разных типов являются заданными). Комплект данных (результатов обработки) – это совокупность результатов обработки разных типов, входящих в него в заданном количестве. Т.е. составы комплектов являются заданными и не могут быть изменены. При формировании комплектов предполагается, что данные всех *n* типов в определенном количестве входят в комплекты каждого типа. Комплекты заданных составов формируются из результатов по мере обработки данных в конвейерной системе (данные, входящие в обрабатываемую партию, после обработки снимаются с выхода конвейера и могут быть использованы при формировании комплекта соответствующего типа). Тогда могут быть зафиксированы моменты времени окончания формирования каждого комплекта соответствующего типа.

В соответствии с выполненными рассуждениями управление вычислительным процессом обработки партий данных в конвейерной системе при условии формирования комплектов заданных составов и заданных директивных сроках их формирования предполагает: 1)определение составов партий данных, обрабатываемых в системе; 2) определение порядка обработки партий данных; 3) распределение обработанных в составе партий данных по комплектам заданного состава. Для решения поставленной задачи определения составов партий и порядков их обработки на сегментах конвейера применены методы, реализующие локальную оптимизацию решений (это связано с доказанным свойством NP-полноты рассматриваемой задачи). Поэтому эффективными решениями по составам партий и порядкам их обработки будут являться те решения, которые при реализации локального поиска позволяют получить минимальные значения введенных критериев оптимизации (локально эффективные решения).

Рассматриваемая задача является задачей с полной информацией, все параметры, характеризующие обрабатываемые данные (типы данных, количество данных, длительности обработки данных различных типов, составы комплектов различных типов и т.д.) и функционирующую систему (количество сегментов, дисциплина обработки партий, длительности интервалов времени функционирования системы и т.д.) являются заданными. Т.к. черезi обозначен идентификатор типа данных, обрабатываемых в системе, тогда через  обозначим момент времени поступления в систему данных каждого i-го типа (). Для всех программ моменты времени их загрузки в систему и моменты поступления данных на обработку одинаковы, при этом . Обозначим через l индекс сегмента конвейера, осуществляющего выполнение l-й части программы, при этом . Каждым сегментом конвейера выполняются вычисления, соответствующие назначенной для него части программы. Дисциплина обслуживания выполняемых в системе программ предполагает прохождение данными, которые они обрабатывают, всех сегментов конвейера, при этом прерывание обработки данных является недопустимым. Выполнение на каждом l-м сегменте назначенной ему части i-го программы характеризуется параметром длительности обработки данных, однозначно соответствующей объему вычислений.

Классификации решаемой задачи построения расписаний выполнена по аналогии с [12]. В соответствии с [13] задача составления расписаний может быть представлена в следующем виде: , где параметр  соответствует классу (типу) обрабатывающей системы, – типу решаемой задачи и характеризует ее особенности, – виду критерия оптимизации при определении эффективного решения. Рассматривается конвейерная система, которая в [3] и [13] определена как *FlowShop*. Тогда в качестве  указывается *F*. Решаемая в системе задача обработки данных предполагает объединение обрабатываемых данных в партии. В этом случае в соответствии с [3] и [13] в качестве характеристики решаемой задачи указывается *batch*. Критерий, в соответствии с которым определяется эффективное расписание, учитывает особенности метода определения порядка обработки партий, реализующего жадный подход. Метод предполагает, что в последовательности обработки партий, порядок выполнения операций с которыми оптимизирован на предыдущих шагах алгоритма, добавляется новая партия данных и определяется ее эффективное местоположение в этих последовательностях. Критерий эффективности решения по порядку обработки партий данных сформирован с точки зрения условия реализации внутренней цели функционирования системы, которая обуславливает необходимость эффективного использования оборудования системы (эффективное использование оборудования системы связано с минимизацией простоев сегментов конвейера при реализации обработки партий). Для классификации задачи в рассмотрение введено обозначение простоя (ожидания) отдельного *l*-го сегмента конвейера при обработке им партий в виде . Критерий, используемый при определении локально эффективного расписания обработки партий, учитывает суммарные простои всех сегментов конвейера при реализации операций. Для классификации задачи критерий обозначен в виде . Тогда рассматриваемая задача с точки зрения [3], [13] может быть охарактеризована как: .

Особенностью решаемой задачи является необходимость формирования комплектов из результатов обработки данных и задание директивных сроков окончания формирования каждого комплекта определенного типа. Комплект результатов обработки данных представляет собой совокупность данных, при этом количество данных каждого типа, входящих в комплект одного типа является заданным. Через *g* обозначим идентификатор типа комплекта, который формируется из результатов обработки данных в конвейерной системе, а через – общее количество типов формируемых комплектов. Через  обозначим количество данных *i*-го типа, которые должны входить в один комплект *g*-го типа. В рассмотрение введена матрица (*W*)*,* значения элементов  которой равны числу данных *i*-го типа, которые входят в один комплект *g*-го типа. Через  обозначим количество комплектов *g-*го типа, которые должны быть сформированы из обрабатываемых данных *i-*ых типов () в соответствии с заданием. Тогда количество данных каждого *i-*го типа (), которые будут обработаны в системе, определяется следующим образом: . В итоге все поступившие на вход системы для обработки данные будут использованы при формировании комплектов разных типов. Также через  обозначим индекс (номер) сформированного комплекта *g-*го типа, тогда . Т.к. решаемая задача предполагает задание для каждого комплекта директивных сроков его формирования, тогда в рассмотрение введена матрица , элемент которой представляет собой задаваемый момент времени окончания формирования -го комплекта *g-*го типа (,). При этом для каждого g-го типа элементы  матрицы упорядочены в ее *g-*ой строке по возрастанию значений моментов времени окончания формирования комплектов: , если . Тогда обработка данных в конвейерной системе направлена на осуществление операций на всех сегментах конвейера с данными разных типов таким образом, чтобы формирование комплектов из результатов обработки выполнялось с учетом (в соответствии) с задаваемыми директивными сроками.

Определение эффективных решений по составам партий данных *i-*ых типов () вместо фиксированных партий позволяет получить лучший результат с точки зрения формирования в установленные сроки комплектов из результатов обработки. При этом достигается внешняя цель функционирования системы – обеспечение в заданные сроки формирования комплектов установленных типов из результатов обработки данных в конвейерной системе. При этом должно быть определено как количество партий данных, так и их составы.

Входными данными для системы построения расписаний обработки партий при формировании комплектов являются: типы *i* () данных, обрабатываемых в системе, количество данных  каждого *i*-го типа; матрица *(W)*, элемент  которой равен количеству данных *i*-го типа, которые должны входить в один формируемый комплект *g*-ого типа ( ), матрица директивных сроков формирования комплектов, элемент которой соответствует задаваемому моменту времени окончания формирования -го комплекта *g-*го типа (,). Выходными решениями, обеспечивающими формирование комплектов в установленные сроки, являются: количество и составы партий данных *i*-ых типов (); расписания обработки партий данных в конвейерной системе.

В итоге обобщенная цель функционирования системы представлена как совокупность иерархически упорядоченных целей подсистем (функций, решаемых на иерархически упорядоченных уровнях системы построения расписаний обработки партий). Формирование решений на уровнях системы построения расписаний обработки партий осуществляется следующим образом: первый уровень – решения по количеству и составам партий, второй уровень – решения по порядку обработки партий сформированного состава на сегментах конвейера. Выполненная декомпозиция обобщенной функции системы на совокупность иерархически упорядоченных подфункций позволяет рассмотреть задачу как задачу теории иерархических игр [14,15].

С целью формирования модели иерархической игры для построения комплексных расписаний обработки партий в рассмотрение введены следующие обозначения: – количество партий данных *i*-го типа (), формируемых на первом уровне принятия решений, при  элементы  образуют вектор *(М)*; *А–* матрица, элемент  которой – это количество данных *i*-го типа в *h-*ой партии (), размерность матрицы *А –* , где . Решение, формируемое на первом уровне системы (количество и составы партии) имеет вид: *[М, А]*.

Расписание обработки партий данных *i-*ых типов () обозначено как , оно представляет собой совокупность (множество) последовательностей  запуска партий на обработку на каждом *l-*ом сегменте конвейера (). Расписание  имеет вид: . Расписание обработки партий  формируется в предположении, что порядок обработки партий является одинаковым на всех *L* сегментах конвейера. Для формализации вида последовательностей  расписания  в рассмотрении введена матрица  порядка обработки партий в системе; элемент , если партия данных *i*-го типа занимает в последовательности  *j*-ю позицию,  в случае, если партий данных *i-*го типа не занимает в последовательности  *j*-ю позицию, размерность матрицы , где – количество партий в последовательностях  расписания . Порядок обработки партий группы на всех сегментах одинаков, поэтому достаточно определения одной матрицы порядка . В рассмотрение введена матрица – матрица количества данных *i*-ых типов в партиях, занимающих в последовательностях  *j*-е позиции (элемент  равен количеству данных *i*-го типа в партии, занимающей *j*-ю позицию в , размерность матрицы). Решение, формируемое на нижнем уровне иерархии, имеет вид: .

В соответствии с функциями уровней системы между ними выполняется обмен информацией следующего вида: 1) на вход первого уровня подаются: количество *n* типов обрабатываемых данных; количество  () данных каждого типа, обрабатываемых в системе (определяемое на основе заданных значений  количества комплектов каждого *g*-го типа ()); матрица *(W)* составов комплектов; матрица  директивных сроков окончания формирования комплектов *g-*ых типов (); выхода уровня передаются составы партий данных *i*-ых типов () – решение *[М, А]*; 2) на вход второго уровня – решение *[М, А]*; с выхода уровня – сформированное для решения *[М, А]* эффективное расписание  обработки партий. При формировании расписаний обработки партий данных *i-*ых типов состав партий не изменяется (значения  и , поступившие с верхнего уровня, изменены быть не могут). В общем виде модель иерархической игры в соответствии с введенными обозначениями имеет следующий вид [14,15]:

1) первые уровень:

, (1)

2) второй уровень:

 (2)

С точки зрения аппарата теории иерархических игр каждым игроком принимается решение, соответствующее функции (подцели) отдельного уровня. Игрок на верхнем уровне принимает решение по составам партий данных, игрок на втором уровне принимает решение по расписанию обработки партий данных в конвейерной системе.

Комплекты формируются только из результатов обработки данных, которые входят в партии. Полное формирование одного комплекта *g*-го типа предполагает получение (в требуемом количестве) всех результатов обработки данных, для этого необходимых. Формирование всех результатов обработки данных (в требуемом количестве) требуется реализовать к директивному сроку формирования комплекта соответствующего типа. Поэтому наилучшим решением по составам партий будет являться то решение (с учетом построенного расписания обработки этих партий), которое обеспечивает формирование комплектов разных типов в соответствии с их директивными сроками. Для определения эффективных решений на первом уровне должно определяться соответствие сроков окончания формирования комплектов (для решений по составам партий и расписанию их обработки) заданным директивным срокам. Данное соответствие характеризуется степенью превышения реальных сроков формирования комплектов заданным директивным срокам. Это условие соответствует внешней цели функционирования системы и интерпретируется при формировании критерия эффективности решений на верхнем уровне иерархии.

Для определения вида модели вычислительного процесса обработки партий данных введены следующие обозначения:  – время обработки данных *i*-го типа на *l*-ом сегменте конвейера (); – время переналадки *l*-го сегмента с обработки данных *i*-го типа на обработку данных *k*-го типа; – время первоначальной наладки *l*-го сегмента на обработку данных *i*-го типа;  – матрица длительностей переналадок сегментов конвейера для типов данных, партии которых обрабатываются в системе; – время начала обработки партии данных *i*-го типа, занимающей в последовательности  *j*-ю позицию; – матрица моментов времени начала обработки партий данных *i*-ых типов, занимающих в  *j*-е позиции; – матрица моментов времени начала обработки *q-*ых данных в партиях, занимающих в  *j*-е позиции (*q* – порядковый номер данных в партии в *j-*ойпозиции в (, где – количество данных в партии, занимающей *j-*ю позицию в ). Элементы матрицы  определяются следующим образом: , где **, – момент времени начала обработки первых данных в партии, занимающей *j*-ю позицию в . Определение значений  и  (**,**; **; ) выполняется по аналогии с подходом [12].

Для (*q=1*)-ой позиции данных *i-*го типа в (*j=1*)-ой партии в  выражение для определения  формируется при учете параметра  – времени наладки сегмента на обработку данных *i-*го типа: . Для *q>1* (,) имеем [1]: . В этом выражении первое слагаемое определяет длительность наладки сегмента конвейера на обработку данных в первой позиции в , второе слагаемое–длительность обработки данных в первой партии, предшествующих данным в *q-*ой позиции. Для позиции (*q=1*) данных (*j=2*)-ой партии в для  имеем: если  – время переналадки первого сегмента конвейера с обработки данных *i-*го типа (первая позиция партии в ) на обработку данных другого типа (вторая позиция партии в ), а – количество данных *i*-го типа в партии в первой (*j=1*) позиции в , тогда , где значение  определяется следующим образом:

, где .

Для позиций  () значения  определяются выражением:

, .

Обобщенное выражение для  при  для последовательности  имеет вид: , моменты времени начала обработки *q*-ых данных в партии с : . Выражения для  и  сформированы следующим образом [12]:

;

;

.

Полученные выражения представляют собой модель вычислительного процесса обработки партий данных *i-*ых типов () на *l-*ых сегментах конвейера (). В соответствии с введенными обозначениями вид решения, формируемого на нижнем уровне иерархии системы, примет следующую форму: .

Метод построения расписаний обработки партий данных на втором уровне системы реализует жадный подход к оптимизации. Он предполагает добавление текущей рассматриваемой партии в конец последовательностей (), в которых на предыдущих шагах алгоритма были размещены партии данных, и определение эффективного местоположения этой пар­тии в (определение для рассматриваемой партии позиций в (), которые обеспечивают локально оптимальное решение). Внутренней целью функционирования системы является полное использование временного ресурса сегментов конвейера. Построение решений по порядкам обработки партий на сегментах конвейера в соответствии с этой целью обеспечивает формирование «плотных» расписаний. В этом случае решение по порядку обработки партий должно быть построено таким образом, чтобы временной ресурс системы использовался в полной мере. Тогда критерий эффективности расписаний обработки партий соответствует внутренней цели функционирования системы, определяющей необходимость минимизации простоев оборудования при обработке. При определении текущей эффективной позиции рассматриваемой партии в  значение критерия характеризует общие простои всех сегментов конвейера при обработке текущего количества партий, находящихся в  (для всех партий, включенных в последовательности  ()).

В этом случае критерий эффективности расписания обработки партий на нижнем уровне учитывает: а) время простоя сегментов в ожидании начала обработки партий данных (с учетом интервалов наладки, перена­ладки и последующего ожидания); б) время простоя сегментов в ожидании готовности данных при их обработке внутри партий. Простой *l*-го сегмента в ожидании начала обработки первой в   партии равен значению , суммарное время простоя сегментов в ожидании начала обработки партий в последовательностях  определяется выраже­нием . Интервал простоя *l*-го сегмента в ожидании начала обработки следующей партии после окончания обработки предыдущей определяется выражением вида: , где *j* >1, – количество данных в предшествующей (*j-1)-*ой партии. Суммарный простой *l*-го сегмента в ожидании начала обработки всех *j-*ых партий () определён следующем образом: . В этом случае суммарной простой всех *L* сегментов в ожидании начала обработки партий на них (простой между партиями для всех *L* сегментов) определяется выражением:

. (3)

Простой *l*-го сегмента в ожидании готовности к обработке данных, занимающих *q*-ю позицию в *j-*ой партии в последовательности , определяется выражением вида: , где **. Это выражение соответствует интервалу между данными в *q*-ой и *(q-1)-*ой позициях в *j-*ой партии в . Тогда суммарный простой *l*-го прибора в ожидании готовности к обработке всех данных в *j-*ой партии в вычисляется с использованием выражения:

, (4)

где *q –* номер позиции данных в *j-*ой партии в , – число данных в этой *j-*ой партии, . На основе (4) общий простой *l*-го сегмента в ожидании готовности к обработке данных внутри всех партий в  определяется выражением вида: . Суммарный простой всех *L* сегментов конвейера в ожидании готовности данных внутри партий вычисляется выражением:

. (5)

Критерий эффективности решения на нижнем уровне иерархии для текущего количества партий, добавленных в  учитывает общий простой сегментов конвейера при определении порядка обработки этих партий, тогда при его формировании должны быть учтены: выражение  и формулы (3) и (5).

В соответствии с введенным обозначением вида  определено обозначение для момента времени окончания обработки на *l-*ом сегменте конвейера *q-*ых данных в партии, занимающей *j-*ю позицию в последовательности (), в виде  и аналогичное обозначение для момента времени окончания обработки в системе (соответственно, на *L*-ом сегменте конвейера) требуемого количества данных *i-*го типа, включаемых в формируемый -ый комплект *g*-го типа (,) в следующие виде: . Тогда для -ый комплекта *g*-го типа (,) может быть определен вектор моментов времени окончания обработки всех данных *i-*ых типов (в требуемом их количестве  при ), обозначенный в виде , формируемый из значений для этих типов. Таким образом, на верхнем уровне с использованием решения по порядкам обработки партий данных вида , сформированного для соответствующего решения по составам партий , определяются вектора (,) значений моментов времени окончания обработки требуемого количества данных *i-*ых типов . Также для каждого -ый комплекта *g*-го типа вводится в рассмотрение обозначение  для момента времени окончания его формирования. Значения  определяются следующим образом: , т.е. момент времени окончания формирования -ый комплекта *g*-го типа определяется как максимум среди моментов времени окончания обработки необходимого количества данных всех *i-*ых типов (). Тогда в случае  фиксируется запаздывание с формированием -ый комплекта *g*-го типа относительно его директивного срока . Т.к. цель управления вычислительным процессом состоит в обеспечении формирования комплектов в соответствии с директивными сроками, тогда критерием эффективности решений по составам партий является суммарное запаздывание в формированием всех -ый комплектов *g*-го типов. Для вычисления суммарного запаздывания с формированием комплектов при обработке данных в рассмотрение введен параметр , соответствующий интервалу времени запаздывания с формированием -го комплекта *g*-го типа по сравнению с заданным для него директивным сроком. Определение значения  для конкретного комплекта g-го типа выполняется следующим образом:

 (6)

Тогда суммарное запаздывание с формированием -ых комплектов *g*-го типов, соответствующее критерию  принятия решений по составам партий на верхнем уровне, определяется выражением вида: , где значение параметра  определяется выражением (6).

Способ определения значений  моментов времени окончания обработки требуемого количества  данных *i-*го типа, включаемых в -ые комплекты *g*-го типов, рассмотрен ниже. Для обоснования способа вычисления значений  моментов времени окончания обработки в системе (на *L*-ом сегменте конвейера) требуемого количества  данных *i-*го типа, включаемых в -ые комплекты *g*-го типов (, ,) , в рассмотрение введены следующие обозначения: 1) – текущий рассматриваемый тип данных, которые из партий распределяются по комплектам в порядке возрастания их идентификаторов *g*; 2) – счетчик количества данных *i’*-го типа, включенных в составы всех формируемых комплектов различных типов; 3) – идентификатор комплекта, который формируется на текущей итерации алгоритма; 4) – упорядоченное множество идентификаторов *g* типов комплектов, формируемое в соответствии с видом матрицы (множество идентификаторов типов комплектов, позиция типа *g* комплекта в котором определяется в соответствии со значением параметра ); 5) – упорядоченное множество идентификаторов *g* типов комплектов, являющееся копией множества , используемое при реализации алгоритма; 6) – множество идентификаторов позиций партий данных *i-*го типа в последовательности , имеющее вид: ; 7) – рассматриваемая позиция партии данных *i’*-го типа в последовательности ; 8) – порядковый номер комплекта рассматриваемого -го типа.

Алгоритм определения моментов времени  окончания обработки данных *i-*ых типов в соответствии с расписанием вида , используемых при формирования -ых комплектов *g*-ых типов, имеет следующий порядок шагов:

1) для *g-*ых типов комплектов () задание значения параметра  равным 1 ();

2) задание индекса *i’*  типа данных, которые будут распределяться по комплектам *g*-ых типов (): , где *I* – множество типов данных, партии которых обрабатываются в системе; ;

3) задание значения счетчика  количества данных *i’*-го типа, добавленных в -ый комплект *g’*-го типа, равным 0 ();

4) задание идентификатора *g’* вида комплектов, в которые будут включаться данные *i’*-го типа: ; ;

5) определение позиции *j’* в последовательности  партии *i’*-го типа, данные из которой будут включаться в -ый комплект *g’*-го типа: , где *h –* порядковый номер позиции *j* партии *i’*-го типа в множестве ; ; инициализация значения индекса (номера) данных *q* в партии в *j’*-ой позиции в: ;

6) если , тогда выполняется переход на шаг 7; если , тогда выполняется переход на шаг 8;

7) если , тогда ; ; выполняется переход на шаг 6; если , тогда переход на шаг 5;

8) определение значения: ; изменение значения номера  формируемого комплекта *g’*-го типа: ;

9) проверка условия ; в случае его выполнения – переход на шаг 10; при выполнении условия  задание идентификатора вида комплекта *g’*, в который будут включаться данные *i’*-го типа: ; ; задание значения счетчика  количества данных *i’*-го типа, добавленных в -ый комплект *g*-го типа равным 0 (); реализуется переход на шаг 6;

10) проверка условия , при его выполнении реализуется переход на шаг 11; при выполнении условия  осуществляется модификация идентификатора типа *i’*, данные которого распределяются по комплектам g-ых типов ():, ; реализуется переход на шаг 3;

11) останов алгоритма;

Реализация сформулированного алгоритма позволяет сформировать для каждого -го комплекта () *g*-го типа () вектор  значений моментов времени окончания обработки требуемого количества данных *i-*ых типов (). С использованием значений  реализуется определение – моментов времени окончания формирования каждого -ый комплекта *g*-го типа из результатов обработки данных *i*-ых типов в конвейерной системе и последующее вычисление значения критерия на верхнем уровне вида (6), характеризующего текущее решение по составам партий данных.

Таким образом, двухуровневая модель иерархической игры для определения эффективных составов партий данных и расписаний их обработки при формировании комплектов и заданных для них директивных сроках имеет итоговый следующий вид:

1) первый уровень: , где , а значения параметра  определяются выражением (6);

2) второй уровень: , где



Использование двухуровневой модели иерархической игры, представленной в виде совокупности критериев эффективности решений на каждом уровне иерархии системы, позволяет определять локально оптимальные решения по составам партий данных разных типов и расписаниям их обработки на сегментах конвейера.